MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DES ŒUVRES UNIVERSITAIRES **(DGES)**

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS **(DOREX)**

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

Concours GMEC session 2014

Composition : <u>Physique 1</u> (mécanique, thermodynamique)

Durée : 4 Heures

<u>Instructions générales:</u>

Les correcteurs accorderont une grande importance aux raisonnements qualitatifs et aux calculs quantitatifs. Les candidats devront impérativement exprimer les grandeurs demandées en fonction des paramètres indiqués. Dans chaque cas la numérotation de la question posée devra être clairement indiquée.

MECANIQUE

Le frottement solide

Les données expérimentales présentées dans cet énoncé ont été publiées en 1994 par Baumberger, Heslot et Perrin. Leur dispositif expérimental, représenté sur la figure 1, est simple. Il s'agit d'un palet de masse m et de surface S qui glisse sur une plaque horizontale fixe. Un ressort exerce sur le palet une force $k\ell$ où k est sa raideur et ℓ son élongation par rapport à sa longueur à vide. Un moteur, qui se déplace en ligne droite à vitesse V, tire l'autre extrémité du ressort.

Quand la vitesse V est suffisamment rapide, la vitesse instantanée $\dot{x}$ (t) du palet est constante et vaut V ; c'est le régime "permanent". Au contraire, quand la vitesse V est basse, on observe un régime appelé "fixe-glisse", en anglais "stick-slip" : le palet est fixe, puis se détache brusquement et glisse, avant de s'immobiliser à nouveau un peu plus loin, et ainsi de suite. L'objet du présent problème est d'étudier d'abord le régime permanent, puis ensuite le régime fixe-glisse.

Rappel sur les unités : 1 μm.s^{-1} = 10^{-6} m.s^{-1} ; 1 N.cm^{-1} = 10^{2}N.m^{-1}.

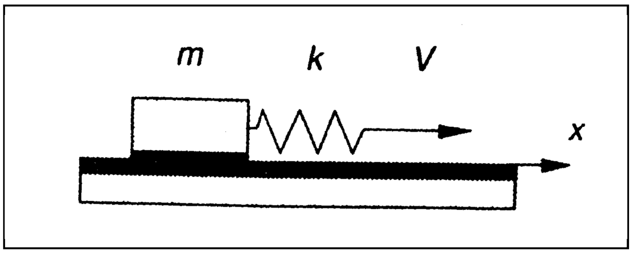

Figure 1 - Le palet est relié par un ressort, dont la raideur k vaut de 1 à 10^{4} N.cm^{-1} , à un moteur qui se déplace en ligne droite à vitesse V. L'expérimentateur peut choisir V entre 10^{-2} μm.s^{-1} et 5 cm.s^{-1}. En posant des masses calibrées sur le palet, on peut choisir à volonté sa masse m entre 300 g et 3 kg.
Les surfaces qui frottent l'une sur l'autre sont le dessous du palet, de surface S = 9 x 8 cm^{2} et le dessus de la piste. Elles sont toutes deux recouvertes d'une plaque de carton bristol de quelques millimètres d'épaisseur, Le bristol a été choisi pour cette étude car ses coefficients de frottement restent stables et reproductibles même quand il s'use sous l'effet d'expériences répétées.

1. La force de frottement solide

Le frottement entre deux surfaces solides est caractérisé par des coefficients sans dimension, appelés coefficients de frottement solide : le coefficient statique μ_S en l'absence de glissement, et le coefficient dynamique μ_d lorsque les surfaces glissent l'une sur l'autre. On supposera dans ce problème que ces coefficients sont constants (sauf dans les questions 2-3 (c,d) où l'on tient compte de la variation de μ_d avec V).

1-1 Lois de Coulomb du frottement solide.

(a) Lorsqu'il y a non-glissement : que peut-on dire du module et de l'orientation de la force de frottement solide exercée par la piste sur le palet ?
(b) Lorsqu'il y a glissement : que peut-on dire du module et de l'orientation de la force de frottement solide exercée par la piste sur le palet ?
(c) Précisez à quelle condition on passe du non-glissement au glissement.
(d) Précisez à quelle condition on passe du glissement au non-glissement.

1-2 Coefficients de frottement solide.

(a) μ_S est-il plus élevé ou plus faible que μ_d ? Pouvez-vous expliquer pourquoi?
(b) A l'aide d'une manipulation simple, réalisable sur une table d'examen, estimez grossièrement un ordre de grandeur de la valeur de y, pour le frottement papier-sur-papier.
(c) Citez un exemple de système que vous connaissez pour lequel les coefficients de frottement sont très faibles, et indiquez approximativement leur ordre de grandeur.
(d) Citez un exemple de système que vous connaissez pour lequel les coefficients de frottement sont très élevés, et indiquez approximativement leur ordre de grandeur.

2. Equations de base.

2-1 Approche du problème.

Des réponses brèves suffisent.

(a) Choisissez un ou plusieurs référentiel(s) d'étude.
(b) Choisissez un ou plusieurs repère(s) correspondant (s).
(c) Spécifiez précisément le système étudié.
(d) Précisez son ou ses degrés de liberté.

2-2 Equation du mouvement.

Ecrivez l'équation d'évolution du palet : c'est-à-dire l'équation différentielle qui régit soit l'abscisse $x(t)$ du palet, repérée par rapport à la piste ; soit l'élongation $\ell(t)$ du ressort.

Attention : cette équation est indispensable pour la suite du problème.
Vérifiez-la soigneusement, en particulier les signes et les unités. N'hésitez pas à la reprendre au cours de la suite du problème, par exemple en la comparant aux données expérimentales. Si vous souhaitez introduire des notations, par exemple pour simplifier les calculs ultérieurs, définissez-les précisément.

2-3 Régime permanent.

(a) Montrez que l'équation précédente admet toujours une solution permanente $x_P(t)$, où $\dot{x}_P = V = cst$, et calculez l'élongation du ressort ℓ_P dans ce régime permanent.
(b) Si à un instant t_1 donné, la position du palet est légèrement différente de cette solution, c'est-à-dire $\ell = \ell_P + \varepsilon$: écrivez l'équation différentielle qui régit $\varepsilon(t)$. Indiquez la solution et commentez-la.

(c) Expérimentalement, on constate que μ_d dépend légèrement de la vitesse instantanée $\dot{x}$. Si l'on linéarise $\mu_d(\dot{x})$ en l'écrivant sous forme d'un développement limité, $\mu_d \approx \mu_d(V) + \alpha\,(\dot{x} - V)$, que devient l'équation précédente et sa solution?
(d) Déduisez-en une discussion de la stabilité du régime permanent.

3. Le régime fixe-glisse.

3-1 Phase fixe.

(a) Si le palet s'arrête de glisser à un instant t_2, écrire l'expression de $x(t)$ et de $\ell(t)$.
(b) A quelle condition le palet se remet-il à, glisser ?

(c) Indiquez par quelle méthode on peut estimer la valeur de la durée τ_f de la phase fixe sur la figure 2 avec la meilleure précision.
(d) Indiquez cette valeur et cette précision.

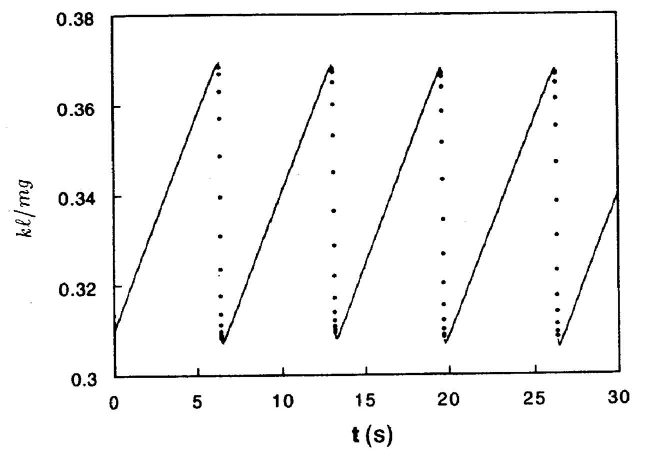

Figure 2 - Exemple du régime non permanent appelé fixe-glisse. La valeur de $k\ell/mg$ est enregistrée à raison d'un point toutes les 1,5 ms environ, avec un palet de surface $S = 9 \times 8\ cm^2$, de masse $m= 1,6\ kg$, un ressort de raideur $k = 1,5.10^2$ ***N.cm^{-1},*** *une vitesse de traction $V = 10\ \mu m.s^{-1}$*

3-2 Phase glisse.

(a) Si le palet est arrêté et commence à glisser à un instant t_3, écrire l'expression de x(t) et de ℓ(t).
(b) A quel instant la vitesse du palet s'annule-t-elle à nouveau ?
(c) Indiquez par quelle méthode on peut estimer la valeur de la durée τ_g de la phase glisse sur la figure 2, en utilisant : d'une part, la variation totale de $k\ell/mg$ au cours de la phase glisse ensuite, la variation de $k\ell/mg$ entre deux points successifs ; enfin, l'expression analytique de $\dot{x}(t)$ déterminée à partir de la question (a).
(d) Indiquez cette valeur et la précision de cette estimation.

3-3 Modélisation de la figure 2.

Attention : celle partie nécessite des réponses soigneuses.

(a) Sur la figure 2, estimez la valeur numérique de μ_d , μ_S et de leur différence, en expliquant bien quelle méthode vous utilisez. Indiquez la précision de votre estimation.
(b) Avec les paramètres utilisés pour l'expérience de la figure 2, calculez la valeur attendue de τ_f. Indiquez la précision de cette valeur calculée.
(c) Avec les paramètres utilisés pour l'expérience de la figure 2, calculez la valeur attendue de τ_g. Indiquez la précision de cette valeur calculée.
(d) Comparez ces valeurs attendues de τ_f et τ_g aux valeurs estimées ci-dessus d'après la figure 2.

3-4 Périodicité.

(a) Expliquez brièvement pourquoi le régime fixe-glisse est périodique.
(b) Tracez l'allure de la variation des différentes formes d'énergie en fonction du temps, en précisant le référentiel choisi.
(c) Ecrivez soigneusement, et commentez physiquement, le bilan énergétique du système considéré, à chaque période du régime fixe-glisse.
(d) A chaque période, de combien varie l'entropie du système considéré ?

3-5 Rôle des conditions initiales.

(a) En régime glisse, écrivez l'expression générale de $\dot{x}(t)$ en fonction des conditions initiales à un instant t_4 quelconque, $\dot{x}(t_4) > 0$.
(b) Discutez à quelle condition $\dot{x}$ peut s'annuler.
(c) Examinez le cas particulier où $\ell(t_4) = 0$, $\dot{x}(t_4)=V$.
(d) Commentez brièvement.

4. Exemples quotidiens.

Ce régime fixe-glisse se rencontre dans divers phénomènes quotidiens - cette partie est consacrée à leurs ordres de grandeurs.

Ce sont des questions ouvertes, pour lesquels les correcteurs accepteront toute réponse raisonnable. Répondez-y simplement, en vous appuyant sur des approximations. Ainsi, pour fixer les idées sans entrer dans les détails, on pourra écrire que τ_f et τ_g ont le même ordre de grandeur.

4-1 Craie qui crisse.

(a) Estimez l'ordre de grandeur de la fréquence du bruit d'une craie qui crisse sur un tableau noir.
(b) Estimez l'ordre de grandeur de V et de m pertinentes.
(c) Déduisez-en l'ordre de grandeur de la "raideur effective" du système.
(d) Pourquoi supprime-t-on le crissement en cassant la craie en deux ?

4-2 Porte qui grince.

(a) Estimez l'ordre de grandeur de la fréquence du bruit d'une porte qui grince sur ses gonds.
(b) Estimez l'ordre de grandeur de V et de m pertinentes.
(c) Déduisez-en l'ordre de grandeur de la "raideur effective" du système.
(d) Proposez jusqu'à trois méthodes pour supprimer le grincement.

4-3 Pneu qui crisse.

(a) Dans quelle(s) situation(s) entend-on des pneus de voiture crisser ?
(b) Estimez l'ordre de grandeur de V et de m pertinentes.
(c) Comment supprimer le crissement des pneus ?
(d) Faut-il le supprimer ou vaut-il mieux le conserver ?

THERMODYNAMIQUE

Étude d'une pompe à chaleur destinée au chauffage d'une habitation

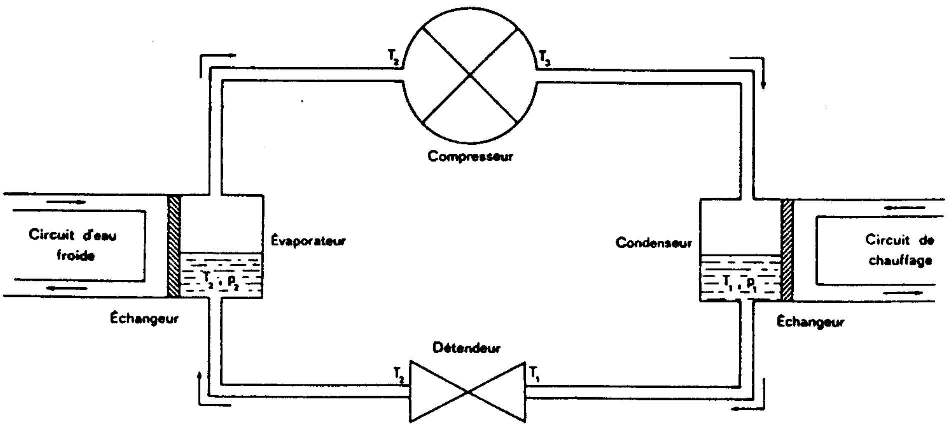

Figure 3

Une pompe à chaleur à fréon 22 (CHF_2Cl : difluoromonochlorométhane) prélève de la chaleur à un circuit d'eau froide et cède de la chaleur à de l'eau chaude qui circule dans le sol de l'habitation.

Le fréon décrit un cycle :

– dans l'évaporateur, il subit une évaporation complète sous la pression de vapeur saturante p_2 et à la température T_2 ;

– le fréon gazeux sort du compresseur à la température T_3 et sous la pression p_1 ;

– dans le condenseur le fréon gazeux se refroidit, puis se liquéfie complètement sous la pression de vapeur saturante p_1 et à la température T_1 ;

– en traversant le détendeur, le fréon subit une détente adiabatique et isenthalpique passant de T_1, p_1 à T_2, p_2 ; cette détente s'accompagne d'une vaporisation partielle du liquide.

Tous les calculs seront réalisés pour une masse m = 1 kg de fréon et on pose :

– L_v (T) : chaleur latente de vaporisation du fréon ;

– c_L : capacité thermique massique du fréon liquide, supposée indépendante de T et de p ;

– le fréon gazeux est assimilé à un gaz parfait de masse moléculaire molaire M, et pour lequel $\gamma = 1,20$;

– l'énergie cinétique macroscopique ainsi que l'énergie potentielle de pesanteur seront négligées dans tout le problème ;

– le volume massique v_L du fréon liquide est indépendant de la pression et de la température ;

– l'installation fonctionne en régime permanent.

Données :

$T_2 = 273\,\mathrm{K}$; $T_1 = 305\,\mathrm{K}$; $L_v(T_2) = 205\,\mathrm{kJ.kg^{-1}}$; $L_v(T_1) = 175\,\mathrm{kJ.kg^{-1}}$;
$c_L = 1,38\,\mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$; $p_2 = 5.10^5$ Pa; $p_1 = 12,65.10^5$ Pa; $v_L = 0,75\,\mathrm{dm^3.kg^{-1}}$;
$R = 8,31\,\mathrm{J.mol^{-1}.K^{-1}}$; masse molaire du fréon : $M = 86,5.10^{-3}\,\mathrm{kg.mol^{-1}}$.

1. Étude de la compression.

1.1.En raisonnant sur un système que l'on définira soigneusement, relier la variation d'enthalpie du fréon, durant la traversée du compresseur, à la quantité de chaleur Q et au travail W qu'il a échangés durant celle-ci.

1.2.La compression est adiabatique et on admet que le gaz suit une compression de type polytropique $pV^{\gamma} = \text{constante}$; en déduire T_3 puis le travail W en fonction des données.

1.3. Évaluer la variation d'entropie du fréon et conclure.

1.4. Utilisation d'un diagramme entropique pour le calcul de W.

a. Pour une transformation quelconque du fréon gazeux entre les états T_0, p_0, et T, p, calculer sa variation d'entropie $\Delta S = S - S_0$; en déduire l'équation d'une isobare dans le diagramme entropique (S en abscisse, T en ordonnée).

Tracer l'isobare p_1.

Par quel déplacement la courbe isobare correspondant à p_2 se déduira-t-elle de celle correspondant à p_1 ?

b. Représenter sur le diagramme précédent la compression du fréon gazeux de l'état T_2, p_2 à l'état T_3, P_1 . Montrer que le travail W échangé par le fréon correspond à l'aire d'une surface que l'on hachurera sur le diagramme (pour cela, introduire le point correspondant à l'état T_2, p_1).

2. Passage dans le condenseur.

2.1. Calculer la quantité de chaleur Q_1 échangée par le fréon.

2.2. Calculer sa variation d'entropie.

3. Passage dans le détendeur à parois adiabatiques.

3.1. Démontrer que la détente est isenthalpique.

3.2. En déduire la fraction massique x de fréon gazeux à la sortie du détendeur.

3.3. Calculer la variation d'entropie du fréon.

4. Passage dans l'évaporateur.

4. 1. Évaluer la quantité de chaleur Q_2 échangée par le fréon.
4.2. Calculer sa variation d'entropie.

5.

Le compresseur est entraîné par un moteur électrique de rendement électro-mécanique r = 0,8. Définir l'efficacité e de cette pompe à chaleur et l'évaluer.

Dans quelles conditions portant sur T_1 et T_2 l'améliore-t-on ? Quel avantage présente ce chauffage par rapport au chauffage électrique ?

6. Étude du cycle.

6. 1. Vérifier le bilan énergétique sur le cycle.

6.2. Représenter son diagramme entropique.

7.

Cette pompe à chaleur sert à compenser les pertes de chaleur de l'habitation maintenue à la température T_4 = 293 K, alors que la température extérieure est T_e = 273 K.

7.1.Dans le but d'évaluer ces pertes, on coupe le chauffage ; la température de l'habitation passe alors en une durée Δt = 4 heures de T_4 = 293 K à T_5 = 283 K. On admet que la quantité de chaleur perdue pendant la durée dt petite s'écrit $\delta Q = -ak(T - T_e)\,\mathrm{d}t$, $k = 2.10^7\ \mathrm{J.K^{-1}}$ désignant la capacité thermique de l'habitation, T sa température à l'instant t, et *a* une constante dépendant de l'isolation. Donner une équation différentielle décrivant l'évolution T (t) ; en déduire a.

7.2.Calculer la puissance électrique consommée P_e pour maintenir la température de l'habitation à la valeur constante T_4.

7.3.L'eau qui alimente la source froide subit une chute de température $\Delta T = 4$ degrés centésimaux durant la traversée de l'échangeur. En déduire son débit massique.

Capacité thermique massique de l'eau froide utilisée : $c_f = 4{,}18\,\mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$.

Fin de l'énoncé